

Depreciación de equipo médico en una clínica

www.matematicasadministracioneconomia.com

Descripción del problema

Las clínicas privadas invierten grandes sumas en **equipo médico** de diagnóstico, como tomógrafos o resonadores magnéticos. Estos activos son esenciales para ofrecer servicios de alta calidad, pero también son muy costosos y se deprecian con el uso y el avance tecnológico. Para fines de **contabilidad**, **presupuesto de inversión** y evaluación de proyectos, se emplean modelos de **depreciación exponencial** que describen cómo disminuye el valor de los equipos. El problema presenta una función $V(t) = V_0 e^{-kt}$ y pide calcular el valor del equipo después de varios años, la **tasa anual de depreciación continua** y el tiempo que tarda en reducirse a la mitad. Esta información es útil para programar la **renovación tecnológica**, calcular tarifas de servicios médicos y analizar la **rentabilidad** de la inversión en tecnología.

Enunciado

Una clínica adquiere un equipo médico por \$300 000. Su valor en dólares, t años después de la compra, está dado por

$$V(t) = 300\,000 e^{-0,12t}.$$

- (a) Determine el valor del equipo después de 10 años. Redondee al dólar más cercano.
- (b) Determine la disminución porcentual del valor cada año.
- (c) ¿Al cabo de cuánto tiempo el valor del equipo se reduce a la mitad del valor original? Aproxime su respuesta a dos decimales.

Solución detallada

Parte (a): valor después de 10 años

Sustituimos $t = 10$:

$$V(10) = 300\,000e^{-0,12 \cdot 10} = 300\,000e^{-1,2}.$$

Usamos

$$e^{-1,2} \approx 0,3010.$$

Entonces

$$V(10) \approx 300\,000 \cdot 0,3010 = 90\,300.$$

Por tanto, el valor del equipo después de 10 años es aproximadamente

$$V(10) \approx \$90\,300.$$

Parte (b): disminución porcentual anual

La forma general es

$$V(t) = V_0e^{-kt}, \quad k = 0,12.$$

La tasa relativa de cambio:

$$\frac{1}{V(t)} \frac{dV}{dt} = -k = -0,12.$$

Esto corresponde a una depreciación continua del 12% anual.

Parte (c): tiempo para que el valor sea la mitad

Buscamos t tal que

$$V(t) = \frac{1}{2}V_0 = 150\,000.$$

Planteamos:

$$150\,000 = 300\,000e^{-0,12t}.$$

Dividimos entre 300 000:

$$\frac{1}{2} = e^{-0,12t}.$$

Tomamos logaritmo natural:

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -0,12t.$$

Entonces

$$t = \frac{\ln 2}{0,12} \approx \frac{0,6931}{0,12} \approx 5,78 \text{ años.}$$

Interpretación

El equipo médico experimenta una **depreciación** significativa: después de 10 años su valor se reduce a alrededor de \$90 300. La tasa continua del 12 % anual refleja la combinación de desgaste físico y obsolescencia tecnológica. Además, el equipo pierde la mitad de su valor en aproximadamente 5,78 años, información clave para planear la **renovación tecnológica**, fijar tarifas de servicios que cubran la recuperación de la inversión y evaluar la **rentabilidad** de nuevas compras de equipos de diagnóstico.