

Depreciación de una máquina de impresión en una editorial

www.matematicasadministracioneconomia.com

Descripción del problema

Una editorial que imprime libros y revistas invierte en **máquinas de impresión** de alta capacidad. Estas máquinas son fundamentales para el proceso productivo, pero su valor contable y de mercado disminuye debido al uso intensivo, mantenimiento, fallas y desarrollo de nuevas tecnologías de impresión. Para planificar el **costo por tiraje** y la reposición de equipos, la empresa usa un modelo de **depreciación exponencial continua**. El problema propone una función $V(t) = V_0 e^{-kt}$ que describe el valor de la máquina con el tiempo. Se pide calcular el valor después de algunos años, determinar la **tasa porcentual de depreciación anual** y el tiempo necesario para que el equipo valga la mitad de su precio original. Esto es útil para decidir cuándo conviene **renovar maquinaria**, renegociar contratos de **leasing** y ajustar estrategias de **producción**.

Enunciado

Una editorial compra una máquina de impresión por \$90 000. El valor del equipo, en dólares, t años después, viene dado por

$$V(t) = 90\,000 e^{-0,2t}.$$

- (a) Determine el valor de la máquina después de 7 años. Redondee al dólar más cercano.
- (b) Determine la disminución porcentual del valor cada año.
- (c) ¿Al cabo de cuánto tiempo el valor de la máquina se reduce a la mitad del valor original? Aproxime su respuesta a dos decimales.

Solución detallada

Parte (a): valor después de 7 años

Sustituimos $t = 7$:

$$V(7) = 90\,000e^{-0,2 \cdot 7} = 90\,000e^{-1,4}.$$

Usamos

$$e^{-1,4} \approx 0,2466.$$

Entonces

$$V(7) \approx 90\,000 \cdot 0,2466 = 22\,194.$$

El valor de la máquina después de 7 años es aproximadamente

$$V(7) \approx \$22\,194.$$

Parte (b): disminución porcentual anual

En la expresión

$$V(t) = V_0e^{-kt},$$

tenemos $k = 0,2$. La tasa relativa de cambio es

$$\frac{1}{V(t)} \frac{dV}{dt} = -k = -0,2.$$

Esto se interpreta como una depreciación continua del 20 % anual.

Parte (c): tiempo para que el valor sea la mitad

Buscamos t tal que

$$V(t) = \frac{1}{2}V_0 = 45\,000.$$

Planteamos la ecuación:

$$45\,000 = 90\,000e^{-0,2t}.$$

Dividimos entre 90 000:

$$\frac{1}{2} = e^{-0,2t}.$$

Tomamos logaritmo natural:

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -0,2t.$$

Despejamos:

$$t = \frac{\ln 2}{0,2} \approx \frac{0,6931}{0,2} \approx 3,47 \text{ años.}$$

Interpretación

La máquina de impresión sufre una depreciación rápida: en 7 años su valor se reduce a alrededor de \$22 194. La tasa continua del 20 % anual refleja el impacto del uso intensivo y la obsolescencia tecnológica. Además, la máquina pierde la mitad de su valor inicial en unos 3,47 años, por lo que la editorial debería considerar **renovar** o actualizar su equipo en ese horizonte para mantener la **calidad de impresión** y controlar los **costos de producción**.