Fondo de reserva de una empresa

www.matematicasadministracioneconomia.com

Descripción del problema

Este problema representa una decisión financiera empresarial típica: una compañía constituye un fondo de reserva para contingencias futuras. El dinero se deposita en una cuenta que paga interés compuesto, es decir, los intereses del primer año se suman al capital y también generan intereses el segundo año. El objetivo es determinar la tasa de interés anual que ofrece el banco, a partir del monto final observado. El estudiante debe identificar el uso de la fórmula de interés compuesto, distinguir entre capital inicial y monto acumulado, y manipular una ecuación exponencial sencilla. Es un ejemplo clásico de cómo las herramientas de matemática financiera ayudan en la administración de recursos, permitiendo evaluar si una inversión ofrece una rentabilidad razonable para la empresa.

Enunciado

Una empresa industrial deposita S/ $5\,000$ en un fondo de reserva que paga una tasa de interés anual de $R\,\%$ con capitalización anual. La empresa no retira nada al final del primer año: deja el capital y los intereses para que produzcan interés el segundo año a la misma tasa. Al finalizar el segundo año el fondo alcanza S/ $5\,618$.

¿Cuál es el valor de R?

Solución detallada

1. Modelo de interés compuesto

Utilizamos la fórmula de interés compuesto anual:

$$A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)^n,$$

donde A es el monto final, P el capital inicial, R la tasa anual en porcentaje y n el número de años.

2. Sustitución de datos

Del enunciado:

$$P = 5000, \quad A = 5618, \quad n = 2.$$

Entonces

$$5618 = 5000 \left(1 + \frac{R}{100} \right)^2.$$

3. Aislar el factor de crecimiento

Dividimos entre 5000 para dejar sola la potencia:

$$\frac{5618}{5000} = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad 1{,}1236 = \left(1 + \frac{R}{100}\right)^2.$$

4. Obtener la raíz cuadrada

Tomamos raíz cuadrada en ambos lados:

$$1 + \frac{R}{100} = \sqrt{1,1236} = 1,06.$$

5. Despejar la tasa R

Restamos 1:

$$\frac{R}{100} = 1,06 - 1 = 0,06,$$

y multiplicamos por 100:

$$R = 0.06 \times 100 = 6\%$$
.

Interpretación

El resultado R=6% significa que el banco pagó una **tasa de interés efectiva anual** del 6%. Con esa tasa, un depósito de S/5000 crece a S/5300 al final del primer año, y luego a S/5618 al final del segundo año, porque los intereses también generan intereses. Para la empresa, esto indica la **rentabilidad** de su fondo de reserva y le permite comparar este instrumento con otras alternativas de inversión, como bonos o depósitos a plazo, en función de la tasa obtenida y del nivel de **riesgo** que está dispuesta a asumir.